

IN-176**B.Sc. (Part-I) Supplementary/Special,
Examination, 2021
MATHEMATICS**

Paper - III

(Vector Analysis and Geometry)

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 50

Minimum Pass Marks : 17

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न से किन्हीं दो भागों को हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note : All questions are compulsory. Answer any two parts from each question. All questions carry equal marks.

इकाई-I / UNIT-I

Q. 1. (a) सिद्ध कीजिए कि यदि $\vec{a}', \vec{b}', \vec{c}'$ सदिशों $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ का व्युत्क्रम निकाय है, तो $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ सदिशों $\vec{a}', \vec{b}', \vec{c}'$ का व्युत्क्रम निकाय होगा।

IN-176**P.T.O.****IN-176****(2)**

Prove that if $\vec{a}', \vec{b}', \vec{c}'$ are reciprocal system of vectors $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, then $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ are reciprocal system of vectors $\vec{a}', \vec{b}', \vec{c}'$

(b) यदि $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ अर्थात् $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ तब

$$\text{grad}\left(\frac{1}{r}\right) \left\{ \text{या } \nabla\left(\frac{1}{r}\right) \right\}$$

का मान ज्ञात कीजिए।

If $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ or $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$

find

$$\text{grad}\left(\frac{1}{r}\right) \left\{ \text{or } \nabla\left(\frac{1}{r}\right) \right\}$$

(c) यदि $\vec{V} = e^{xyz}(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$ तो $\text{curl } \vec{V}$ ज्ञात कीजिए।

If : $\vec{V} = e^{xyz}(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$ find $\text{curl } \vec{V}$

(3)

इकाई-II / UNIT-II

- Q. 2. (a) \vec{F} का वक्र C के परितः परिसंचरण ज्ञात कीजिए, जहाँ : $\vec{F} = e^x \sin y \hat{i} + e^x \cos y \hat{j}$ तथा C आयत है, जिसके शीर्ष (0,0), (1,0), $(1, \frac{\pi}{2})$, $(0, \frac{\pi}{2})$ हैं।

Find the circulation of \vec{F} along the curve C, where : $\vec{F} = e^x \sin y \hat{i} + e^x \cos y \hat{j}$ and C is the rectangle whose vertices are (0,0), (1,0), $(1, \frac{\pi}{2})$, $(0, \frac{\pi}{2})$

- (b) ग्रीन प्रमेय का कथन लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।

State and prove that Green's theorem.

- (c) स्टोक्स प्रमेय के द्वारा :

$$\oint_C (e^x dx + 2y dy - dz)$$

का मूल्यांकन कीजिए जहाँ वक्र C :

$$x^2 + y^2 = 4, z = 2 \text{ हैं।}$$

(4)

Use Stoke's theorem to evaluate

$$\oint_C (e^x dx + 2y dy - dz)$$

where arc C is given by :

$$x^2 + y^2 = 4, z = 2$$

इकाई-III / UNIT-III

- Q. 3. (a) शांकव का अनुरेखण कीजिए :

$$16x^2 - 24xy + 9y^2 - 104x - 172y + 44 = 0$$

Trace the conic :

$$16x^2 - 24xy + 9y^2 - 104x - 172y + 44 = 0$$

- (b) वह प्रतिबन्ध ज्ञात कीजिए कि दो वृत्त एक-दूसरे को लम्बकोणीय प्रतिच्छेद करते हों।

Find the condition that the two circles intersects orthogonally to each other.

(5)

(c) PSP' एक शांकव की एक नाभिगत जीवा है। सिद्ध कीजिए कि P तथा P' पर स्पर्श-रेखाओं के बीच का कोण $\tan^{-1} \left\{ \frac{2e \sin \alpha}{1-e^2} \right\}$ है। जहाँ α जीवा और दीर्घ-अक्ष के बीच का कोण है।

PSP' is a focal chord of a conic. Prove that the angle between the tangents at P and P' is :

$$\tan^{-1} \left\{ \frac{2e \sin \alpha}{1-e^2} \right\}$$

where α is the angle between the chord and the major axis.

इकाई-IV / UNIT-IV

Q. 4. (a) त्रिज्याओं r_1 और r_2 के दो गोले लम्बिक प्रतिच्छेद करते हैं। सिद्ध कीजिए कि उभयनिष्ठ वृत्त की त्रिज्या

$$\frac{r_1 r_2}{\sqrt{r_1^2 + r_2^2}} \text{ है।}$$

(6)

Two spheres of radii r_1 and r_2 intersect orthogonally. Prove that the radius of the common circle is :

$$\frac{r_1 r_2}{\sqrt{r_1^2 + r_2^2}}$$

(b) मूल बिन्दु में होकर जाने वाले उस लम्ब वृत्तीय शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका अक्ष, निर्देशांक अक्षों से बराबर कोण बनाता है तथा जो बिन्दु (1, -2, 2) से जाता है।

The axis of a right circular cone, with vertex as origin O, makes equal angles with the co-ordinate axis and the cone passes through the line drawn from O with direction cosines proportional to (1, -2, 2). Find the equation.

(c) बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए, यदि उसके जनक x-अक्ष के समान्तर हों और वक्र :

$$ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$$

$$lx + my + nz = p$$

को प्रतिच्छेद करते हों।

(7)

Find the equation of the cylinder which intersects the curve :

$$ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$$

$$lx + my + nz = p$$

and whose generators are parallel to x-axis.

इकाई-V / UNIT-V

- Q. 5. (a) वह प्रतिबंध ज्ञात कीजिए जब समतल $lx + my + nz = p$ सकेन्द्र शांकवज $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ का स्पर्श तल हो।

Find the condition that the plane $lx + my + nz = p$ may touch the central conicoid $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$.

- (b) दीर्घवृत्तज : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$

(8)

का समतल : $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

द्वारा प्रतिच्छेद का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area of the section of the ellipsoid

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \text{ by the plane } \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$$

- (c) सिद्ध कीजिए कि संनाभि शांकवज एक-दूसरे को समकोण पर प्रतिच्छेद करते हैं।

Prove that the confocal conicoids cut each other at right angles.

